CONCOURS NATIONAL COMMUN D'ADMISSION AUX GRANDES ECOLES D'INGENIEURS MAROCAINES

SESSION 2012

FILIERE : MP & PSI

EPREUVE DE : SCIENCES INDUSTRIELLES

DUREE : 4 HEURES

CALCULATRICE N'EST PAS AUTORISEE

AUCUN DOCUMENT N'EST AUTORISE

Composition du sujet

Le sujet comporte 18 pages (en plus de la page de garde), dont :

■) 13 pages de texte ;

■) 2 documents annexes ;

■) 3 documents réponses, à rendre obligatoirement à la fin de l'épreuve.

Les 6 parties du sujet peuvent être traitées indépendamment.

Une rédaction soignée, une écriture lisible et des résultats encadrés seront appréciés par les correcteurs.

Si au cours de l'épreuve le candidat repère ce qui lui semble une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en mentionnant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Présentation :

Le NAUTILUS est un sous marin imaginé par Jules Verne en 1869. Il est, pour l'époque, technologiquement très avancé, ainsi pendant 7 mois, il couvre la distance de 20000 lieues (111000 km)

Pour célébrer l'année Jules Verne, une société a créé des manèges inspirés des sous-marin Nautilus ; Le Nautilus a une masse propre de 116Kg et peut accueillir 6 enfants, avec une masse totale de 422 Kg.

Pour rendre les manèges plus attractifs, les systèmes sont posés sur un élévateur permettant de soulever des sujets plus lourds en assurant l'horizontalité du sujet de manège

Fonctionnement du système (figure 1)

Le système est constitué :

*) d'un plateau de manège S1, en rotation par rapport au bâti, autour de l'axe vertical $(Oo, \vec{zo})$, la rotation est entrainée par un moteur électrique muni d'une boite de vitesse automatique pour réduire et adapter la vitesse.

*) d'un élévateur composé principalement de bras, de bielles et une embase ; l'élévateur, placé sur le plateau S1, permet de guider la nacelle S et d'assurer son horizontalité, le déplacement est assuré par un vérin hydraulique.

Figure 2 : système à l'arrêt, Nacelle en position basse.
Figure 3 : une position au cours du soulèvement de la nacelle.
Figure 4 : une position au cours de la rotation de la nacelle.

F.A.S.T. partiel

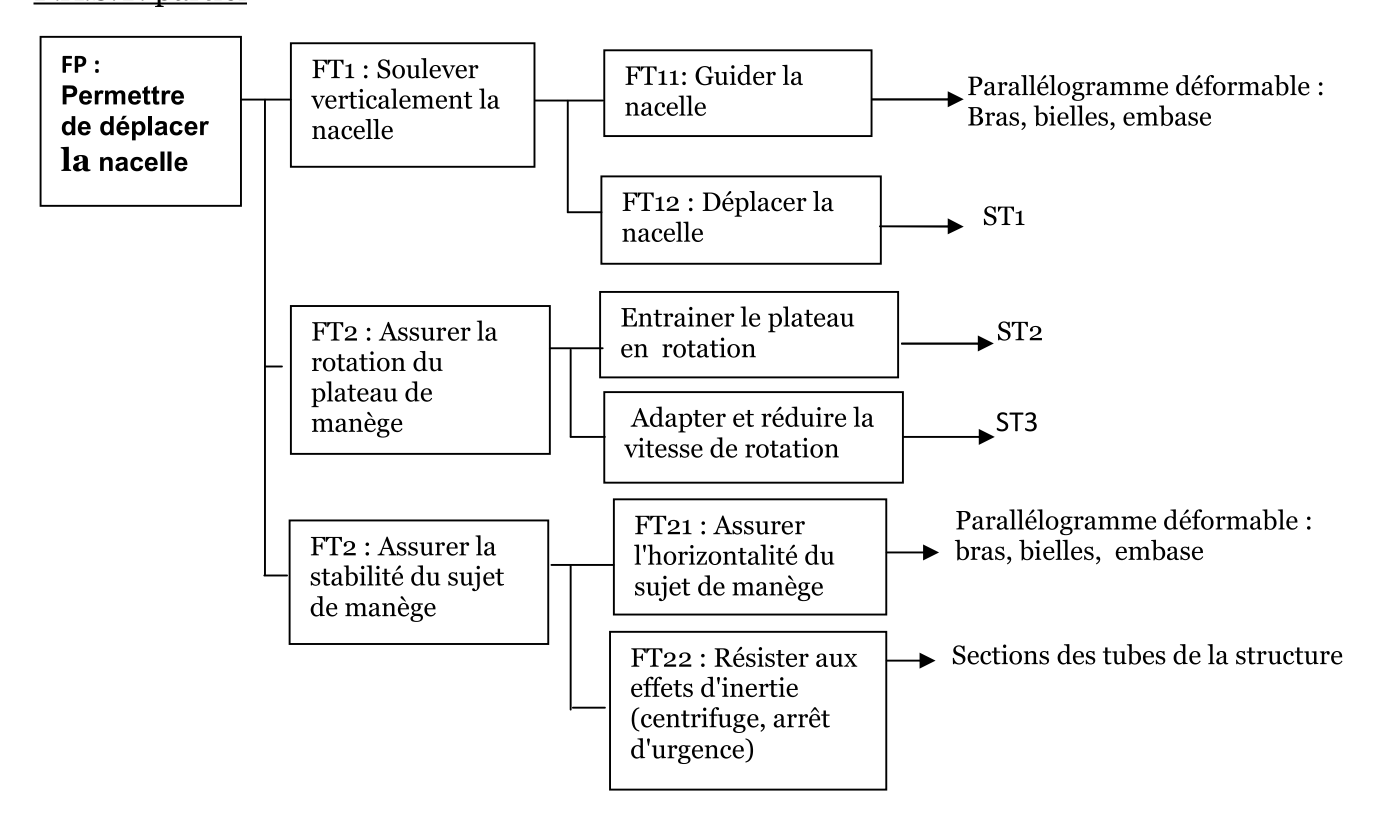


Figure 1

Nacelle S

Axe de rotation du manège

Vérin

Bras

Bielle

Embase

Plateau S1

Oo

$\vec{z}=\vec{zo}$

$\vec{xo}$

$\vec{y}$

$\vec{x}$

$\vec{yo}$

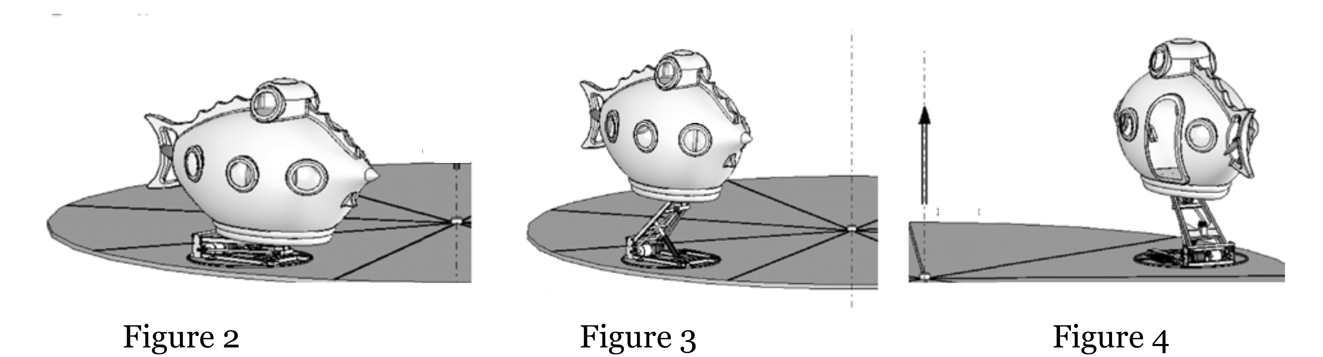


Figure 2 Figure 3 Figure 4

Paramétrage : voir document annexe 1.

Cahier de charge partiel

Fonction	Critère
Déplacer la nacelle	La masse de la nacelle maxi : 422Kg La course en hauteur de la nacelle mini : 1,5m Vitesse linéaire maxi : 4,3m/s Accélération maximale : 6,2m/s²

Question 1 : A partir du fonctionnement du système et du FAST partiel ,
Donner les solutions : ST1, ST2 et ST3

PARTIE I : Etude géométrique (voir document annexe 1)

Objectif : Déterminer la course du vérin

Question 2 : Déterminer λ en fonction de L, e, a et α

La nacelle se déplace entre la position basse, repérée par h= 0 et la position haute, repérée par h = a+b

Question 3 : Déterminer le déplacement maximal : λmax
puis la course du vérin : **c** = $\lambda max - \lambda mini$

Si on conçoit le système avec une valeur de la distance « a » plus petite.

Question 4 : Quelle est l'influence de la diminution de la distance « a » sur λmax et sur la course **c**

PARTIE II : Répondre sur le document réponse DR1

L'objectif est de déterminer **graphiquement** la vitesse de translation de la tige S5 du vérin par rapport au corps S4 dans la position représentée sur le document réponse DR1

Paramétrage : voir document annexe 1

On donne : $\| \vec{V}(G/S1) \| = 50$ mm/s
Le sens d'étude : la montée de la nacelle

Question 5 : Donner la direction de $\vec{V}(C \in S2/S1)$ et la direction de $\vec{V}(D \in S2'/S1)$;
Question 6 : Représenter $\vec{V}(G \in S/S1)$ et $\vec{V}(C \in S2/S1)$
Question 7 : Déterminer $\vec{V}(B \in S2/S1)$
Question 8 : Donner la relation entre $\vec{V}(B \in S5/S4)$, $\vec{V}(B \in S4/S1)$ et $\vec{V}(B \in S2/S1)$
Question 9 : Déterminer la vitesse de translation de la tige du vérin S5 par rapport au corps S4

PARTIE III : Hyperstatisme (document annexe 2)

L'objectif de cette partie est de choisir l'une des deux solutions technologiques proposées

Hypothèse : toutes les liaisons sont parfaites

Etude de la solution 1 (document annexe 2, figure 1)

Question 10 :
10-1) Donner la liaison équivalente entre S2 et S1.
10-2) Donner le degré de mobilité « m » du système. **Préciser** ces mobilités
10-3) En déduire le degré d'hyperstatisme « h » du système

Etude de la solution 2 (document annexe 2, figure 2)

Question 11:
11-1)Donner le degré de mobilité « m » du système. **Préciser** ces mobilités
11-2)En déduire le degré d'hyperstatisme « h » du système
11-3)Le constructeur a choisi la solution 2, pourquoi ?

PARTIE IV: Etude de la transmission du mouvement de rotation au plateau du manège

L'objectif de cette partie est l'étude de la boite des vitesses automatique qui est placée entre le moteur et le plateau du manège S1. Elle permet d'avoir plusieurs vitesses de rotation du manège pour la même vitesse de rotation du moteur, le changement de vitesse se fait à base des trains épicycloïdaux, des embrayages et des freins.

Pour simplifier les calculs on considère une boite de vitesse à 2 trains épicycloïdaux, 2 embrayages : E1, E2 et 2 freins : F1 et F2.

Présentation (voir figure 5)

Le train épicycloïdal « i » (i=1..2) est constitué de :
*) un planétaire : Pi (nombre de dents Zpi, vitesse de rotation ω(pi/Ro)= ωpi).
*) des satellites : Si (nombre de dents Zsi, vitesse de rotation ω(si/Ro)= ωsi).
*) une couronne : Ci (nombre de dents Zci, vitesse de rotation ω(ci/Ro)= ωci).
*) un porte satellite : PSi (vitesse de rotation ω(psi/Ro)= ωpsi).

Si l'embrayage E1 est commandé (E1=1 : embrayé), il transmet le mouvement de l'arbre d'entrée vers la couronne C1.
Sinon l'embrayage E1 n'est pas commandé (E1=0 : débrayé), il n'y a pas de transmission du mouvement de l'arbre d'entrée vers la couronne C1, donc C1 est libre.

Si l'embrayage E2 est commandé (E2=1 : embrayé), il transmet le mouvement de l'arbre d'entrée vers les planétaires (P1,P2).
Sinon l'embrayage E2 n'est pas commandé (E2=0 : débrayé), il n'y a pas de transmission du mouvement de l'arbre d'entrée vers les planétaires (P1, P2) donc (P1,P2) sont libres.

Si le frein F2 est commandé (F2=1), il entraine le freinage des planétaires (P1, P2) ; Sinon F2 n'est pas commandé (F2=0) donc les planétaires (P1, P2) sont libres.

Si le frein F1 est commandé (F1=1), il entraine le freinage du porte satellite PS2 ; Sinon F1 n'est pas commandé (F1=0) donc le porte satellite PS2 est libre.

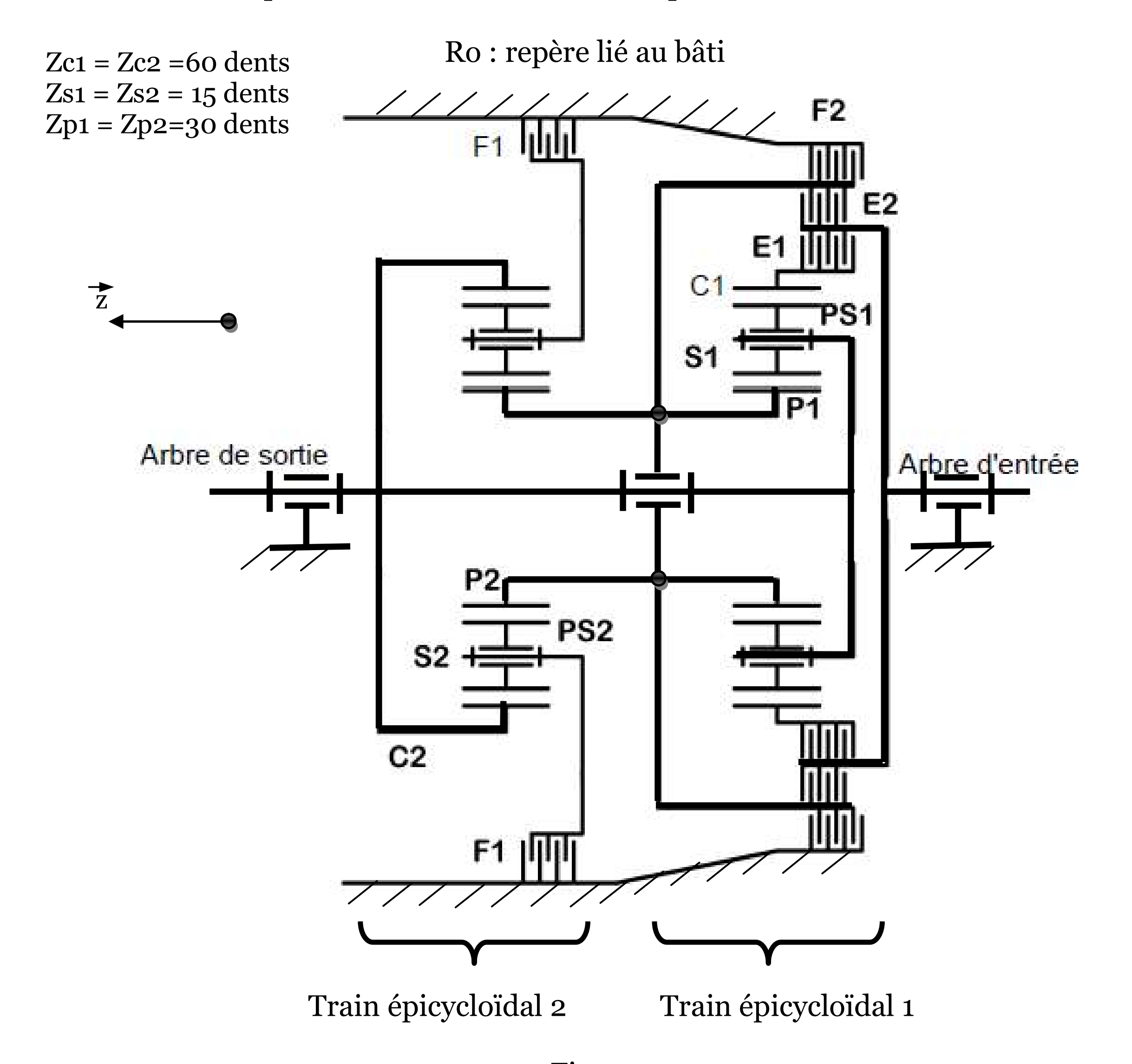


Figure 5

Question 12 : Donner la relation entre : $\omega p1$, $\omega c1$ et $\omega ps1$.
pour le train épicycloïdal 1, cette relation sera notée : T1

Question 13 : Donner la relation entre : $\omega p2$, $\omega c2$ et $\omega ps2$.
pour le train épicycloïdal 2, cette relation sera notée : T2

Etude du cas suivant :

Embrayage : E1= 1 Embrayage : E2 = 0
Frein : F1=0 Frein : F2=1

Question 14 : à partir des relations T1 et T2, Déterminer :ω sortie/ω entrée

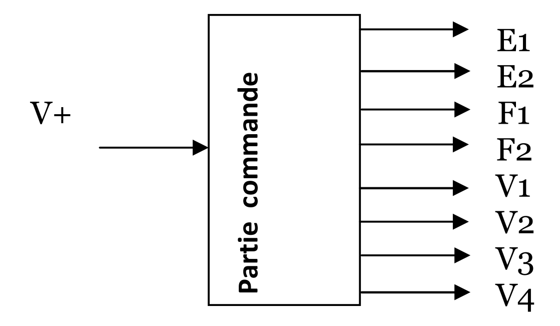
Etude des cas possibles pour la transmission du mouvement de l'arbre d'entrée vers l'arbre de sortie

Question 15 : Dans le tableau 1 du document réponse DR 2
Pour chaque combinaison possible des embrayages et des freins, Préciser par :
1 :si la transmission du mouvement de l'arbre d'entrée vers l'arbre de sortie est possible
0 : si la transmission du mouvement vers l'arbre de sortie n'est pas possible.

Etude de la commande des embrayages et des freins

Une partie commande permet de gérer l'incrémentation, la décrémentation de la vitesse de rotation, le changement de sens de rotation, l'arrêt et l'arrêt d'urgence de la sortie.

L'étude envisagée concerne l'incrémentation de la vitesse de rotation.
Pour obtenir les combinaisons nécessaires au fonctionnement de la boite des vitesses, les embrayages et les freins sont commandés par un bouton V+, des voyants V1, V2, V3 et V4 permettent d'informer l'opérateur sur la vitesse commandée.



La partie commande est constituée de 2 parties :
1ere partie : séquentielle ; Quand on actionne V+, on obtient des états des sorties Q1 et Q2, des 2 bascules JK
2eme partie : transcodeur ; les combinaisons de : Q1 et Q2 commandent à leurs tours les embrayages, les freins et les voyants

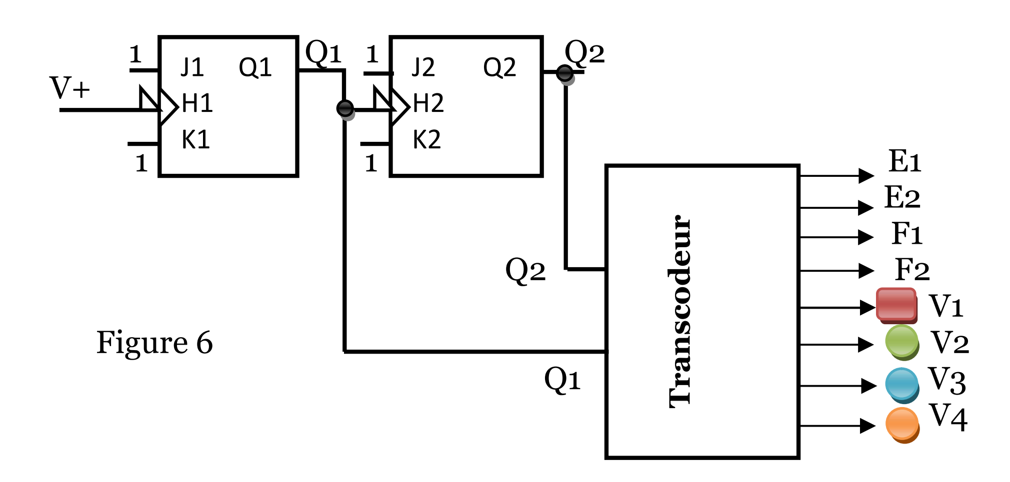
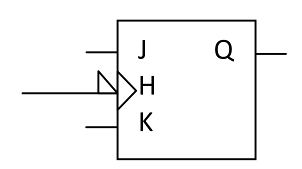


Figure 6

Rappel du fonctionnement de la bascule JK



J et K : Données
H : Horloge (Clock)
Q: sortie

Entrées H	J	K	Etat futur : à l'instant t+ Qt+	
↓	0	0	**Qt**	**mémoire**
↓	0	1	**0**	**mise à 0**
↓	1	0	**1**	**mise à 1**
↓	1	1	$\overline{Qt}$	**complément**

En absence du front descendant de l'horloge H, la bascule conserve son état.

Question 16 : Compléter le chronogramme donné, sur le document réponse DR2.

Etude du transcodeur :

Le système permet de transcoder les états de Q1 et Q2 vers les commandes des embrayages et des freins, des trains épicycloïdaux, qui donnent les rapports des vitesses correspondants.

Q1	Q2	E1	E2	F1	F2	
0	0	0	0	0	0	(point mort)
0	1	1	0	1	0	(1ere vitesse)
1	0	1	0	0	1	(2 eme vitesse)
1	1	1	1	0	0	(3 eme vitesse)

Question 17 :
Donner les expressions simplifiées, des sorties : E1, E2, F1, F2 en fonction de Q1 et Q2

Le voyant V1 : s'allume sur le pupitre si le système est en point mort
Le voyant V2 : s'allume sur le pupitre si le système est en 1ere vitesse
Le voyant V3 : s'allume sur le pupitre si le système est en 2 eme vitesse
Le voyant V4 : s'allume sur le pupitre si le système est en 3 eme vitesse

Question 18 : Donner l'expression de chaque voyant en fonction de Q1 et Q2

PARTIE V: Etude dynamique

L'objectif de l'étude est de dimensionner les actionneurs
Paramétrage (voir document annexe 1)

R(Oo , $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$) repère lié au plateau S1 en mouvement de rotation par rapport au repère Ro(Oo, $\vec{xo}, \vec{yo}, \vec{zo}$) lié au bâti So, considéré comme galiléen.(So n'est représenté sur le schéma) tel que : $\vec{zo}=\vec{z}$, $\theta = (\vec{xo}, \vec{x}) = (\vec{yo}, \vec{y})$; l'axe $\vec{zo}$ est vertical ascendant .

La rotation est donnée par un moteur : Mot, de masse négligeable, intercalé entre So et S1 ; L'action mécanique du moteur sur S1 est :$\{T(\text{Mot} \rightarrow S1)\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ Cm.\vec{z} \end{Bmatrix}$

Le corps S1 est un disque, homogène, de centre d'inertie Oo, de masse m1, de moment d'inertie par rapport à l'axe $(Oo, \vec{z})$: I1
La nacelle S de masse « m » de centre d'inertie G, sa matrice d'inertie en G est :

$$\bar{\bar{I}}(G,S) = \begin{pmatrix} As & -Fs & -Es \\ -Fs & Bs & -Ds \\ -Es & -Ds & Cs \end{pmatrix}_{(\vec{x},\vec{y},\vec{z})}$$

L'action mécanique de la pression hydraulique Prh sur la tige du vérin S5 est :

$$\{T(\text{Prh} \rightarrow S5)\} = \begin{Bmatrix} Fv\,.\vec{y4} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_B$$

Hypothèses : *) Toutes les liaisons sont parfaites
*) Les poids des autres corps sont négligés
*) Σ : est l'ensemble de tous les corps en mouvements

la figure 7, représente la géométrie simplifiée de la partie supérieure de la nacelle S, supposée identique à la partie inférieure

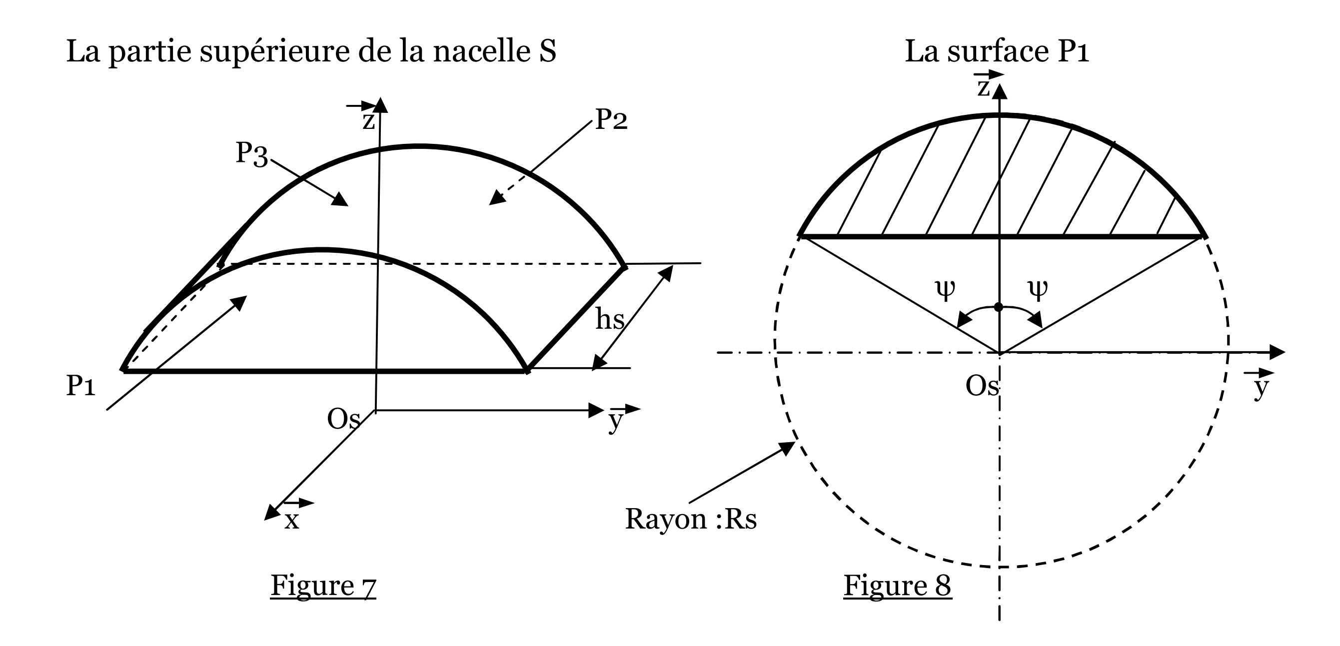


Figure 7 Figure 8

La géométrie de la partie supérieure de la nacelle est constituée par une surface P1 et la même géométrie P2, derrière, qui sont séparées par la surface P3 .
La surface P1 est une partie du disque de rayon Rs (voir figure 8) ;
La surface P3 est une partie latérale du cylindre de rayon Rs et de largeur hs.
La nacelle est fabriquée par une tôle (l'épaisseur l'unité) homogène, de masse surfacique : σ, exprimée en [N/m²].

Question 19: Déterminer la masse m1 de la surface P1 en fonction de σ, ψ et Rs
Question 20: Déterminer la masse m3 de la surface P3 en fonction de σ, ψ, hs et Rs
En déduire la masse m de la nacelle S

Question 21 :
21-1) Donner $\vec{\Omega}(S/Ro)$ la vitesse de rotation de S par rapport à Ro,
21-2) Déterminer la vitesse : $\vec{V}(C \in S/Ro)$
21-3) Déterminer la vitesse : $\vec{V}(G \in S/Ro)$

Dans la suite du problème, on considère que la nacelle S, a 2 plans de symétrie $(G, \vec{x}, \vec{z})$ et $(G, \vec{y}, \vec{z})$

Question 22 : Simplifier la matrice d'inertie de S

Question 23: Déterminer le moment cinétique du système Σ par rapport à Ro, en projection sur $(Oo, \vec{z})$.

Question 24 : Déterminer le moment dynamique du système Σ par rapport à Ro en projection sur $\vec{z}$

Question 25 : Appliquer le théorème du moment dynamique au système Σ, en déduire l'expression du couple moteur : *Cm*

Question 26: Déterminer l'énergie cinétique du système Σ par rapport au repère Ro.

Question 27: Appliquer le Théorème de l'Energie Cinétique (TEC) au système Σ ,
(Ne pas effectuer les calculs de dérivée de l'énergie cinétique)
Quel est le but de l'application de ce théorème ?

Analyse du graphe (Figure 9):
Au cours du mouvement du système, on a relevé les variations en fonction du temps de :

*) module de la résultante de l'action mécanique en B, de la tige de vérin S5 sur le bras S2 : $\|\vec{B}(S5 \rightarrow S2)\|$ en Newton
*) la vitesse angulaire du plateau S1 par rapport au bâti Ro ($\omega_{S1/Ro} \times 10^4$ en rad/s).
*) module de la vitesse en B de la tige du vérin S5 par rapport au corps du vérin S4 ($\|\vec{V}(B \in S5/S4)\| \times 10^5$ en m/s).

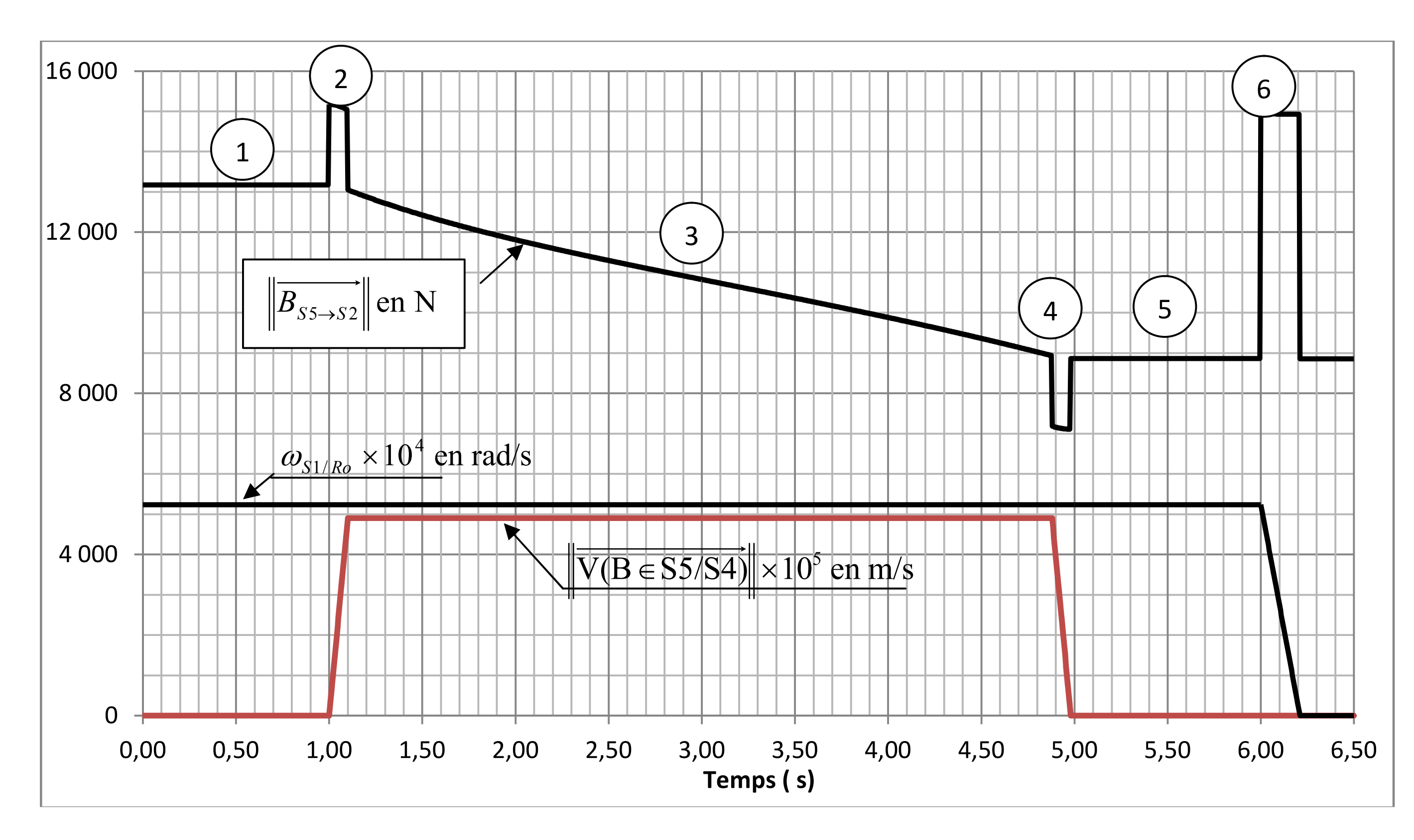


Figure 9

<u>Question 28:</u> Pour l'intervalle de temps entre 0 et 5s,
Décrire le déplacement qui est effectué par la nacelle.
<u>Question 29:</u> Quelle est la cause de la variation de l'effort dans la phase 2
<u>Question 30:</u> Dans la phase 3 de la courbe, l'effort diminue.
A partir de cette courbe et du document annexe 1, quelle est la cause de cette diminution ?

<u>PARTIE VI : ASSERVISSEMENT</u>

Cette partie s'intéresse à l'étude de l'asservissement en position et en vitesse du déplacement de la nacelle ; cette étude concerne l'asservissement du servo-vérin hydraulique.

Cahier des charges partiel: Stabilité : MG ≥ 15dB
MP ≥ 45°
Précision : erreur de position, εp= 0
erreur de vitesse, εv= 0

Un schéma simplifié de l'asservissement du vérin

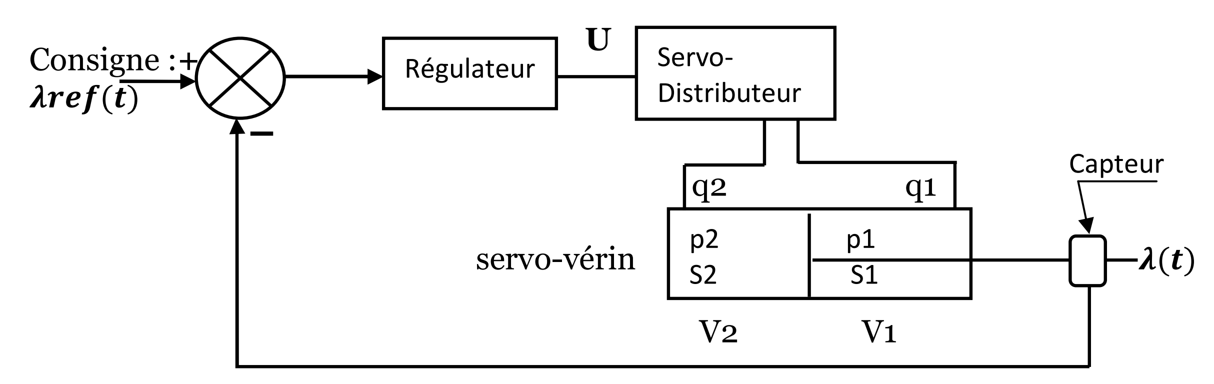


Figure 10

Les équations hydrauliques :

$$q1(t) = S1\,\frac{d}{dt}(\lambda(t)) + \frac{V1}{\beta}\,\frac{d}{dt}(p1(t))$$
$$q2(t) = S2\,\frac{d}{dt}(\lambda(t)) - \frac{V2}{\beta}\,\frac{d}{dt}(p2(t))$$
$$F(t) = S1.p1(t) - S2.p2(t)$$

q1, q2 : débits dans les chambres 1 et 2
p1, p2 : pressions dans les chambres 1 et 2
v1, v2 : Volumes des canalisations et des chambres 1 et 2
β: coefficient de compressibilité du fluide (constant)
S1, S2 : sections utiles des chambres 1 et 2
λ : Déplacement du vérin
F : Effort appliqué par le vérin

Les transformées de Laplace des fonctions temporelles seront notées en majuscules
On suppose les conditions initiales nulles

Question 31 : Ecrire les transformées de Laplace des équations ; puis déterminer les expressions des transmittances : F1(p), F2(p), F3(p), G1(p), G2(p) et G3(p) de la figure 11.

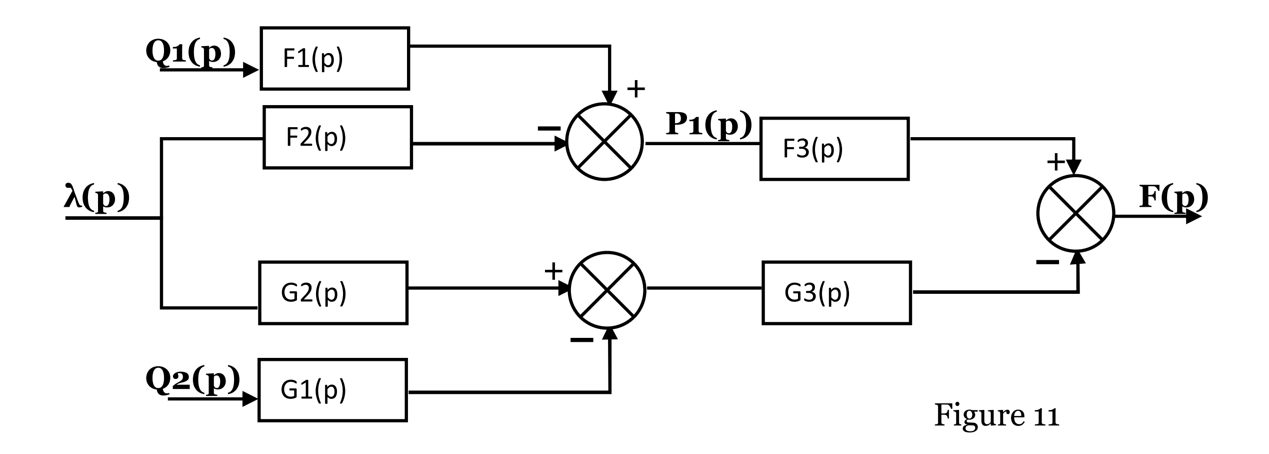


Figure 11

Approche simplifiée :

$S1 = S2 = S$ $\quad p(t) = p1(t) - p2(t)$; $q1(t) = q2(t) = q(t)$;

Question 32: Déterminer les expressions des transmittances : B1(p), B2(p)et B3(p) ; de la figure 12

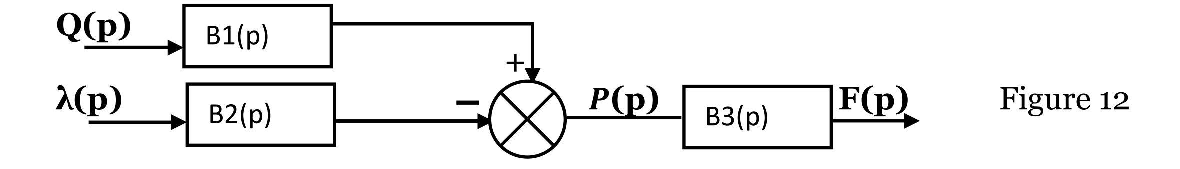


Figure 12

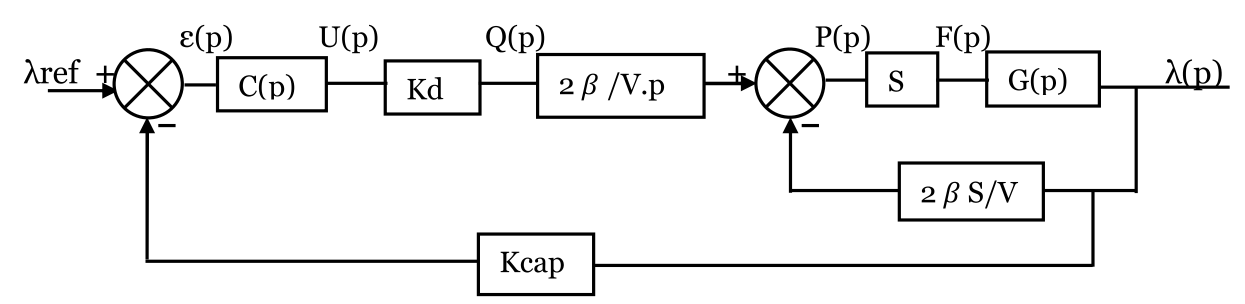
L'équation obtenue par le Théorème de la Résultante Dynamique appliqué à la tige du vérin est:

$$F(t) - r.\lambda(t) - fv.\dot{\lambda}(t) = m\ \ddot{\lambda}(t)$$

r : raideur mécanique; fv : coefficient de frottement visqueux ;
m : masse de la charge à déplacer

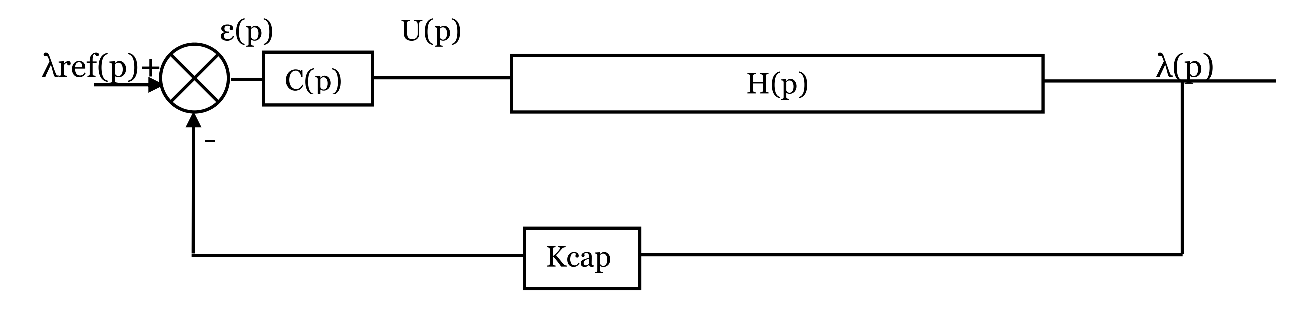
Question 33: Donner la fonction de transfert : G(p)= $\frac{\lambda(p)}{F(p)}$

Le schéma bloc du système est :



Kd : constante du distributeur; Kcap : constante du capteur ; V : volume (constant)

Ce schéma bloc est transformé comme suit :



Question 34 : Déterminer H(p) en fonction de G(p) et les autres données.

La fonction de transfert en boucle ouverte (FTBO) du système non corrigé C(p) =Kc = 1 est :

$$FTBO = \frac{200}{p(1 + 31{,}32.\,10^{-4}.p + 5.10^{-6}.p^2)} = \frac{200}{p\left(1 + \frac{2\times 0{,}7}{447}\,p + \frac{p^2}{447^2}\right)}$$

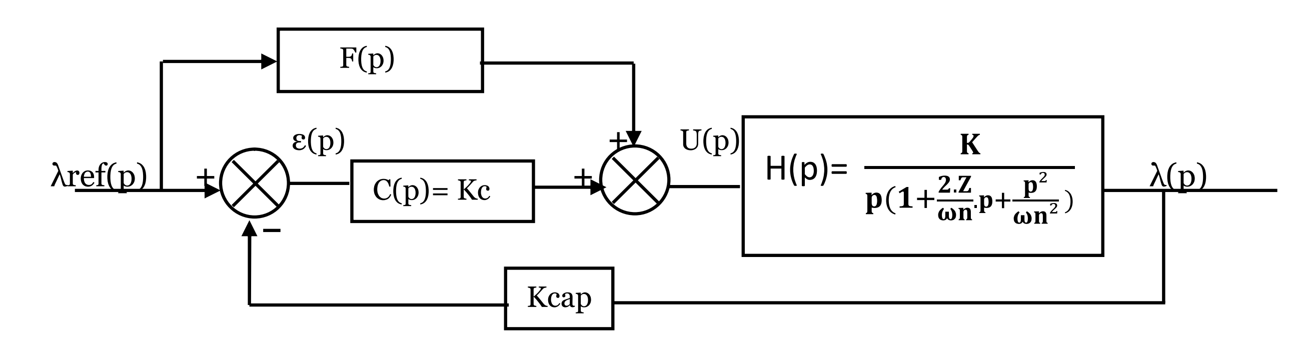
Question 35 :
a) Représenter sur le document réponse DR 3, le diagramme de BODE de la FTBO
b) Donner la marge de Gain MG et la marge de Phase MP.
(Indiquer MG et MP sur le diagramme)

Question 36 : A partir du tracé, du diagramme de BODE, Donner la valeur du gain du correcteur Kc_{dB} en dB, pour avoir la marge de gain MG= 15 dB

Pour le système corrigé : C(p) =Kc et la FTBO qui est donnée

Question 37 : 37-a) Donner l'erreur de position εp, en régime permanent, pour une entrée indicielle
37-b) Donner l'erreur de vitesse εv, en régime permanent, pour une entrée rampe unitaire
37-c) le système est-il précis ?

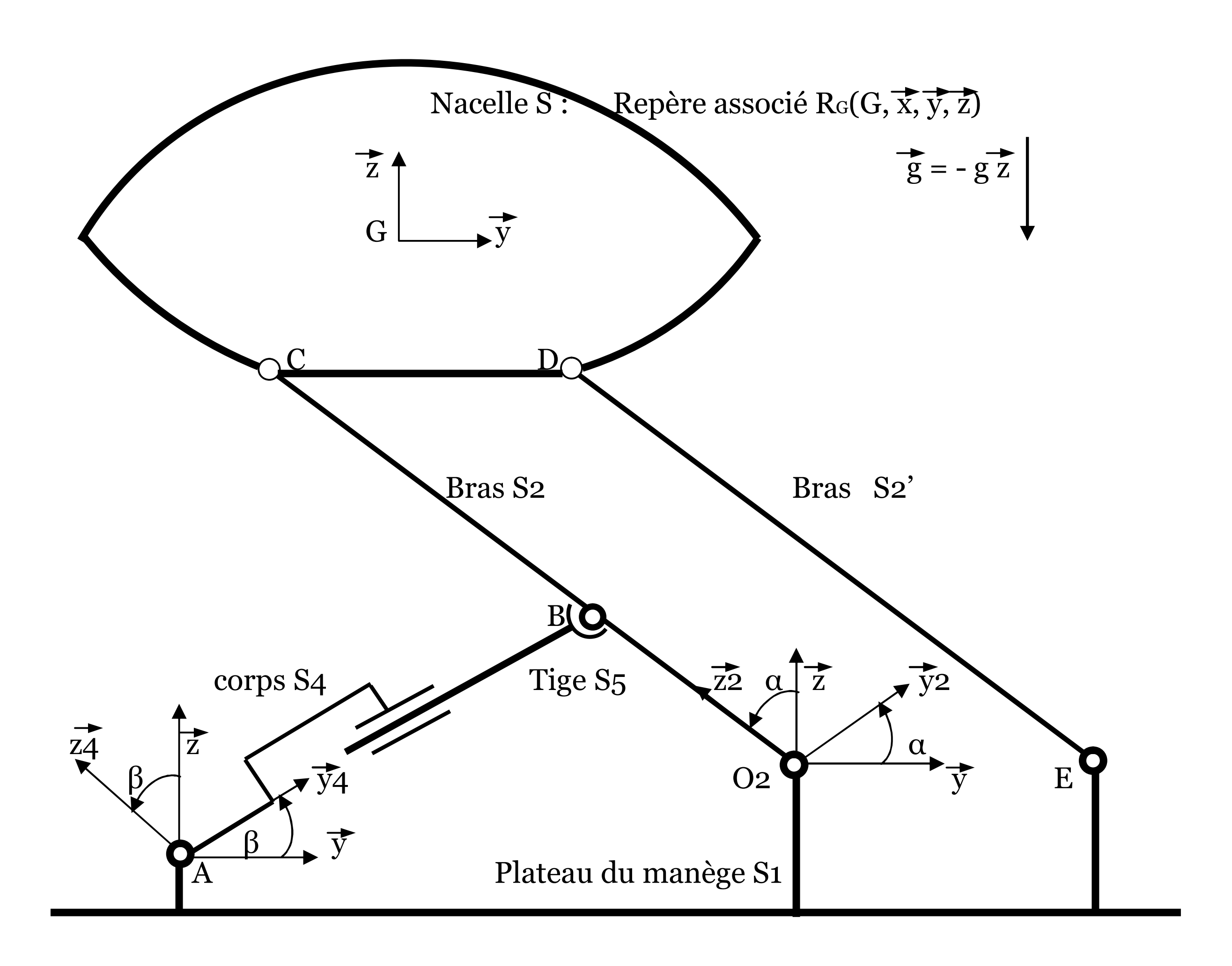
On introduit la fonction F(p) dans le système: **F(p)=** $\frac{Kr.p}{1+T.p}$
la valeur de la constante du temps T est très petite, dans ce cas, on considère :
F(p) = Kr.p ; Kr : une constante à déterminer par la suite.



Question 38 : Déterminer l'expression de l'erreur ε(p) en fonction de λref(p), Kr, Kc, Kcap, K, z, ωn.
Question 39 : Déterminer la constante : Kr, pour que l'erreur de vitesse εv soit nulle, pour une entrée sous forme de rampe unitaire
Question 40 : Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée BF= $\frac{\lambda(p)}{\lambda ref(p)}$
Question 41 : Conclure sur la stabilité pour Kr=0 et pour Kr ≠ 0

Fin de l'énoncé

DOCUMENT ANNEXE 1



$R_o(O_o, \vec{x_o}, \vec{y_o}, \vec{z_o})$ repère lié à So, supposé galiléen (n'est représenté sur le schéma)

$R(O_o, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ repère lié au plateau S1 du manège, en liaison pivot par rapport à Ro, tel que : $\vec{z_o} = \vec{z}$, $\theta = (\vec{x_o}, \vec{x}) = (\vec{y_o}, \vec{y})$, $\vec{z}$: axe vertical ascendant

$R_2(O_2, \vec{x}, \vec{y_2}, \vec{z_2})$ repère lié au bras S2 en liaison pivot avec S1 , d'axe $(O_2, \vec{x})$ tel que :
$\alpha = (\vec{y}, \vec{y_2}) = (\vec{z}, \vec{z_2})$ et $\overrightarrow{O_2O_o} = R.\vec{x}$; R : constant .
aussi S2 en liaison pivot d'axe $(C, \vec{x})$ avec la nacelle S.

$R_4(A, \vec{x}, \vec{y_4}, \vec{z_4})$ repère lié au corps du vérin S4, en liaison pivot avec S1 , d'axe $(A, \vec{x})$;
tel que $\overrightarrow{AO_2} = L\,\vec{y} + e\,\vec{z}$, $\beta = (\vec{y}, \vec{y_4}) = (\vec{z}, \vec{z_4})$

La tige du vérin S5 est en liaison pivot glissant avec le corps du vérin S4, d'axe $(A, \vec{y_4})$, et en liaison rotule avec S2 en B, tel que : $\overrightarrow{AB} = \lambda(t)\,\vec{y_4}$; $\overrightarrow{O_2B} = a\,\vec{z_2}$ et $\overrightarrow{BC} = b\,\vec{z_2}$;

Le bras S2' (identique à S2) en liaison pivot d'axe $(E, \vec{x})$ avec S1 ; et en liaison pivot d'axe $(D, \vec{x})$ avec la nacelle S.

On donne : $\overrightarrow{O_2C} \cdot \vec{z} = h(t)$; $\overrightarrow{O_2E} = \overrightarrow{CD} = 2.d\,\vec{y}$ $\overrightarrow{O_2C} = \overrightarrow{ED}$
G centre d'inertie de la nacelle S ; $\overrightarrow{CG} = d\,\vec{y} + u\,\vec{z}$
L, e, a, b, d, u : des constantes positives

DOCUMENT ANNEXE 2

Figure :1 (Solution 1)

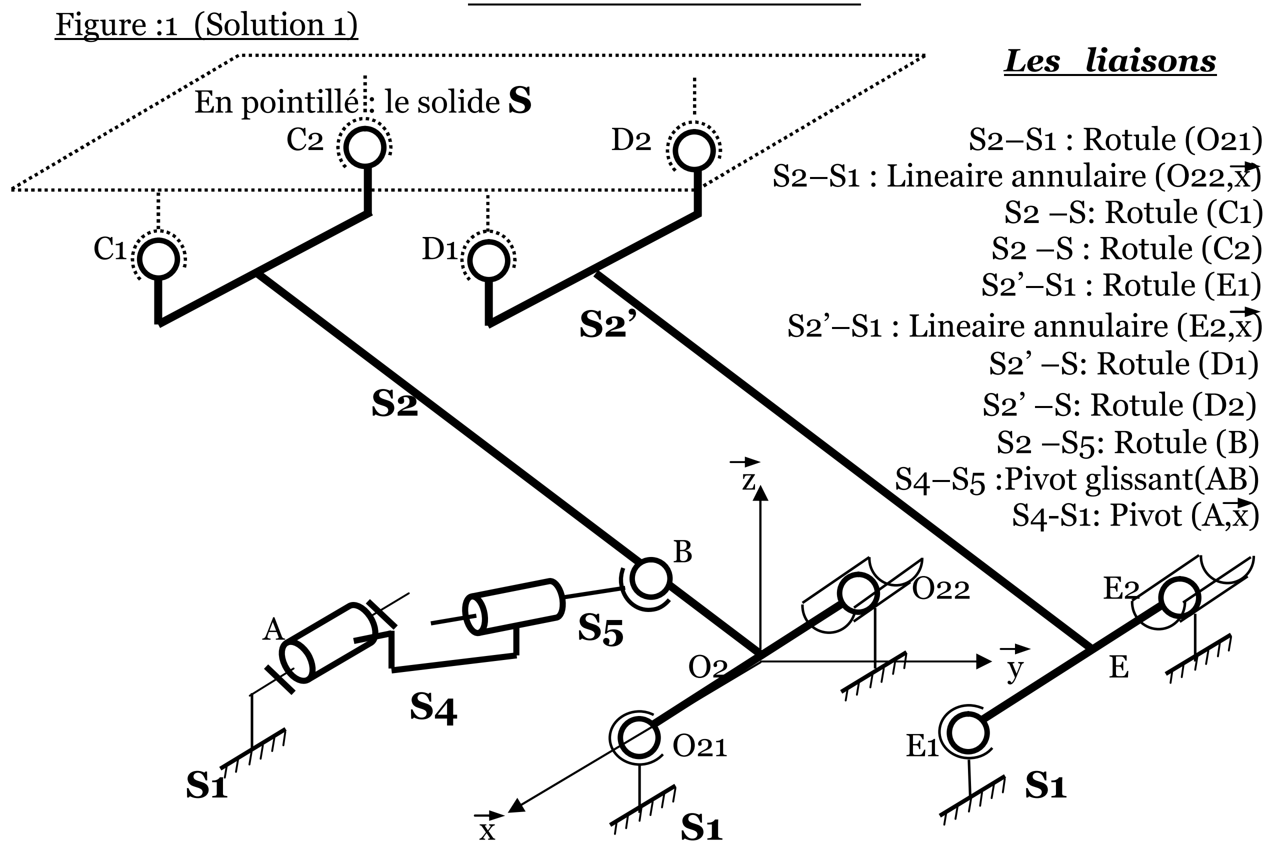
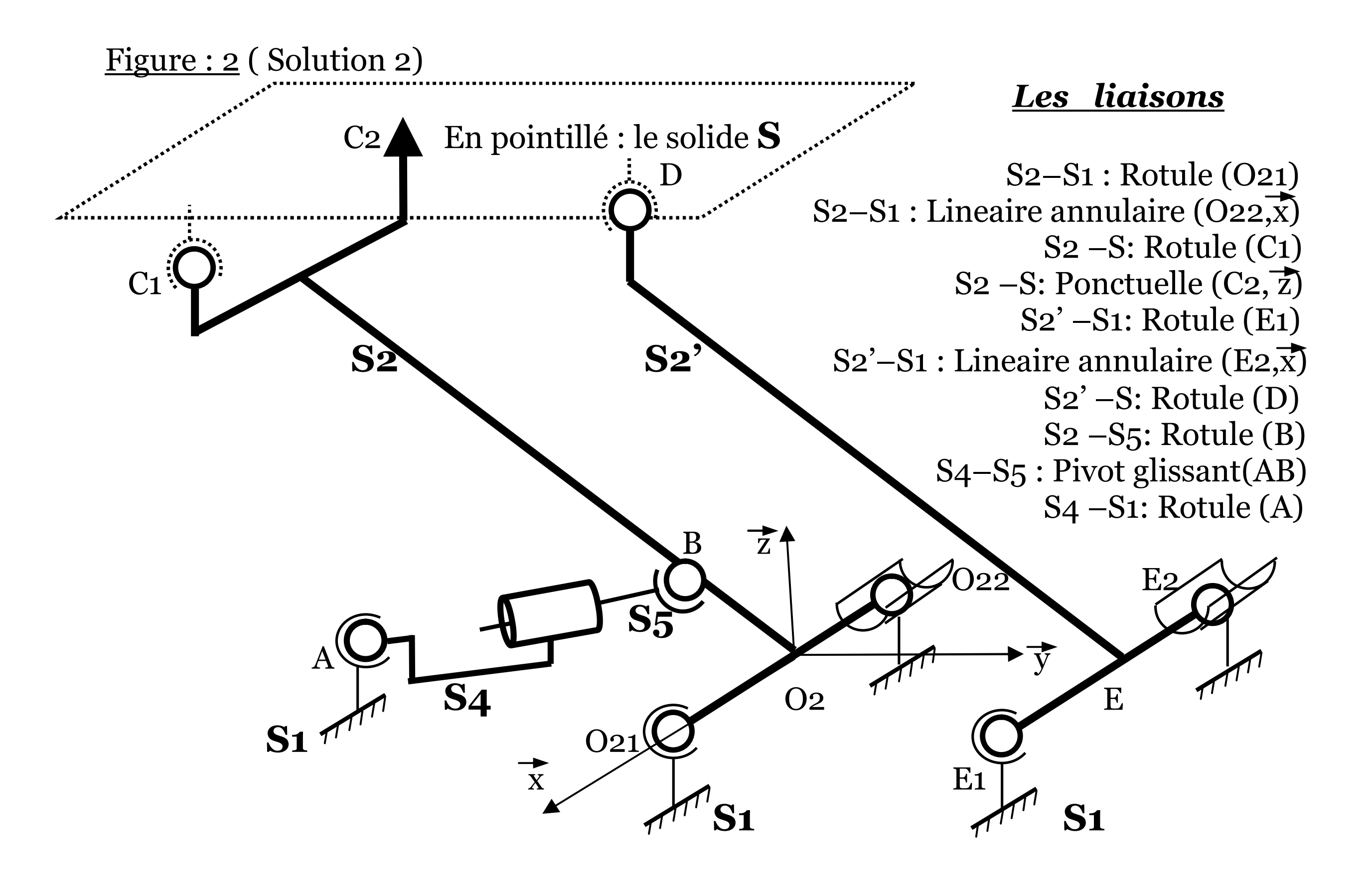


Figure : 2 (Solution 2)



DOCUMENT REPONSE DR1 **Echelle :** 3 mm ---->2 mm/s

Q5) Direction de $\vec{V}$(C Є S2/S1) et la direction de $\vec{V}$(D Є S2'/S1)

....

....

....

Q6) Représenter $\vec{V}$(G Є S/S1) et $\vec{V}$(C Є S2/S1)

....

Q7) $\vec{V}$(B Є S2/S1)

....

....

....

Q8) la relation entre $\vec{V}$(B Є S5/S4), $\vec{V}$(B Є S4/S1) et $\vec{V}$(B Є S2/S1)

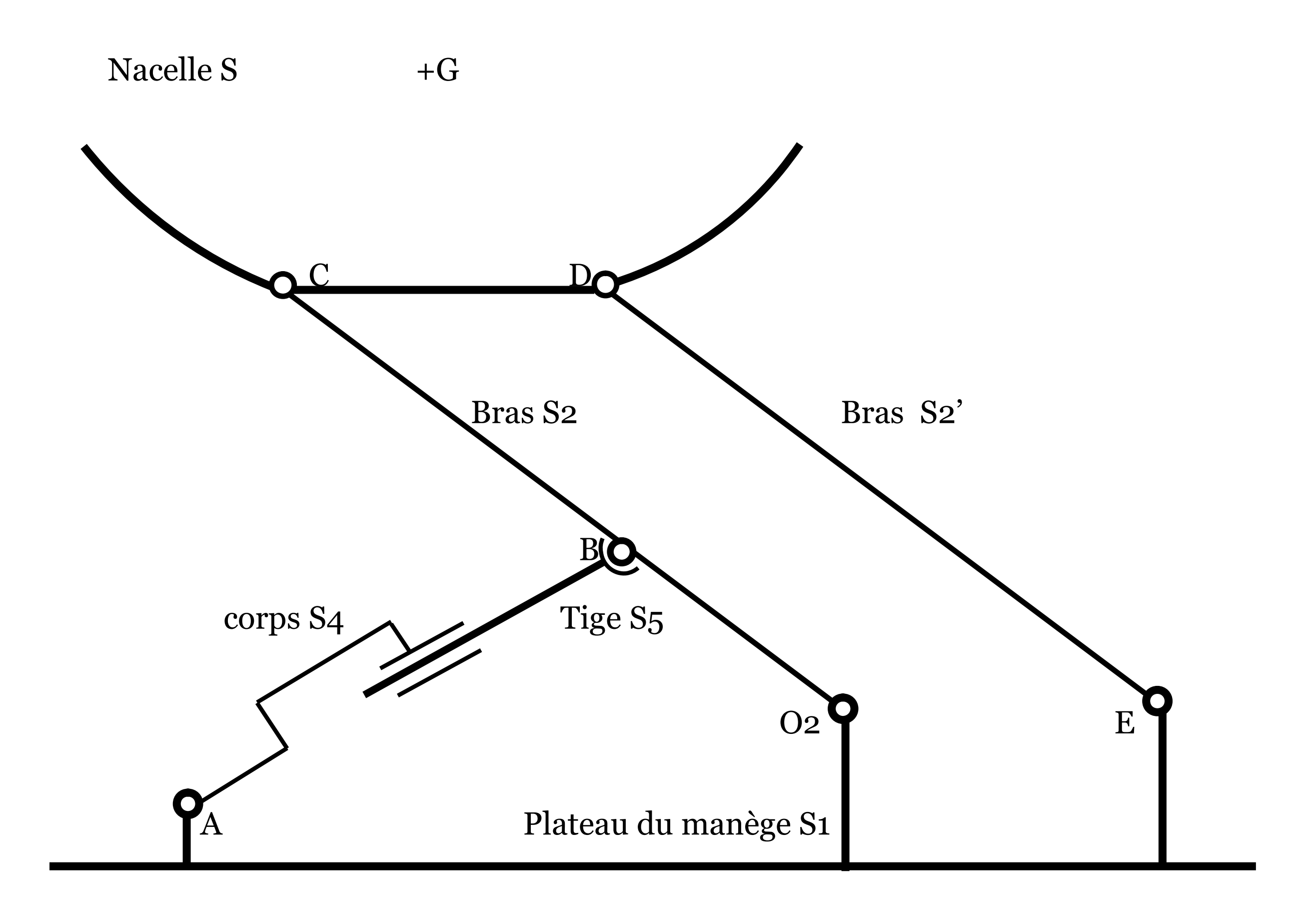
....

....

Q9) La vitesse de translation

....

....

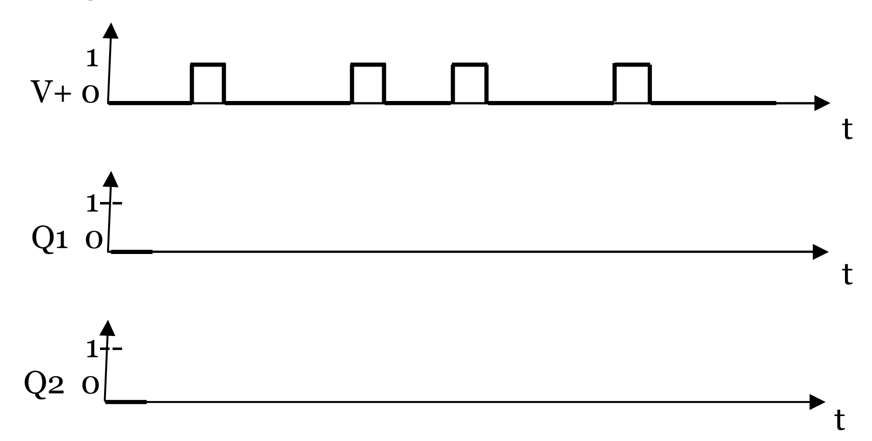


DOCUMENT REPONSE DR 2

Tableau 1

E1	E2	F1	F2	ωsortie/ ωentrée
0	0	0	0	
0	0	0	1	
0	0	1	0	
0				

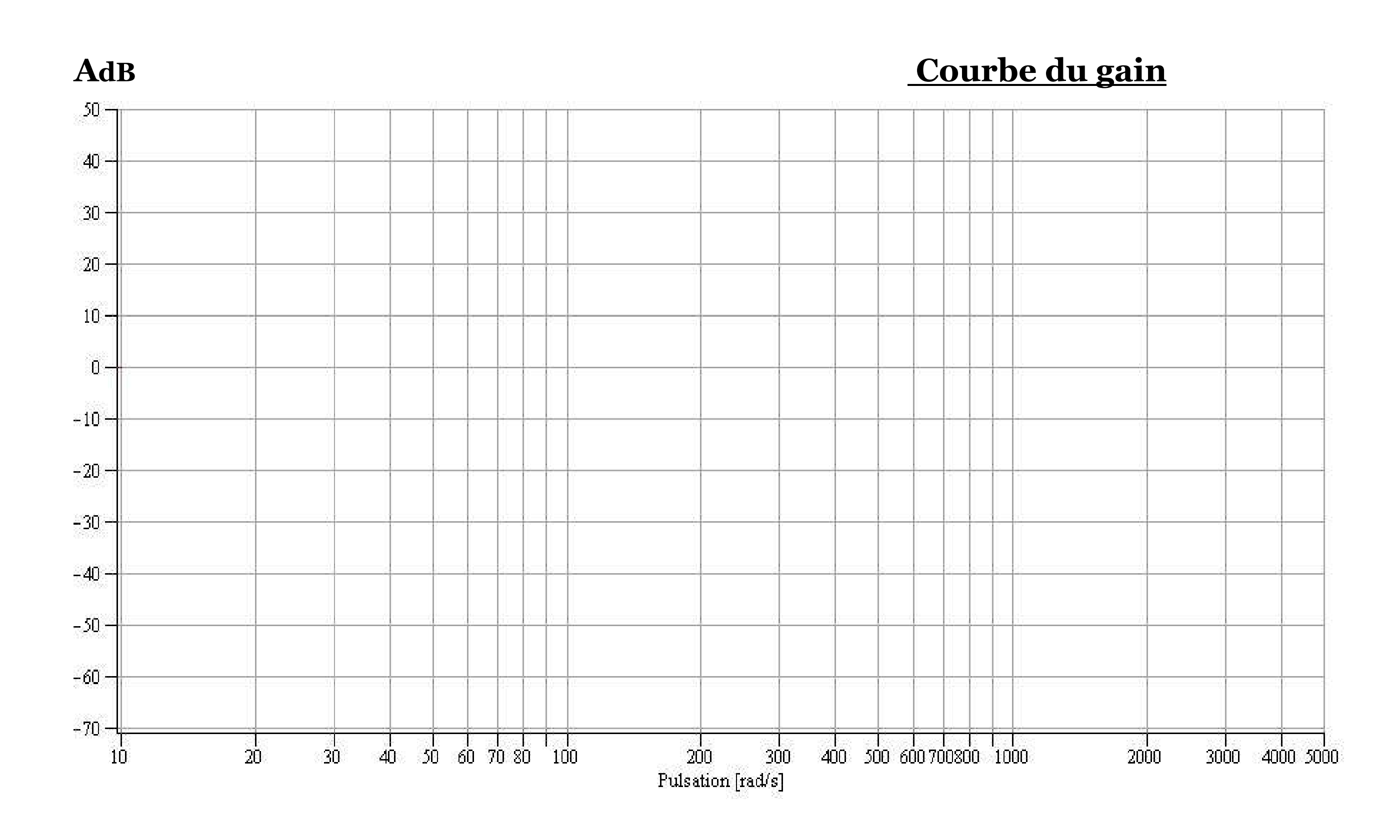
Chronogramme



DOCUMENT REPONSE DR 3

Diagramme de BODE de : $\text{FTBO} = \dfrac{200}{p\left(1 + \frac{2\times 0{,}7}{447}\,p + \frac{p^2}{447^2}\right)}$; 20.log 200=46

AdB **Courbe du gain**



Phase en degrés **Courbe de la phase**

